Travaux pratiques | [M] TP n°1

Étude d'un ressort

Dans ce TP nous allons étudier, à travers l'étude du circuit masse-ressort et du circuit RLC, l'analogie existant entre l'électronique et la mécanique.

I - Détermination d'une loi de force

Dans cette partie, nous allons vérifier la **loi de Hooke**, donnant la force de rappel élastique qu'exerce un ressort, dans l'approximation de petites déformations de ce dernier.

$$\vec{F}_{el} = -k(\ell(t) - \ell_0)\,\vec{u}_{\mathrm{OM}}$$

- À l'aide de masses, d'une balance et d'une règle, proposer un protocole permettant de déterminer la constante de raideur k d'un ressort, en utilisant une régression linéaire.
- Sur Regressi, tracer le nuage de point et effectuer la régression linéaire. En déduire k (avec son unité).

II - Étude de la résonance

II.1 - Rappels théoriques

On considère que la masse est soumise à une force sinusoïdale de la forme : $F_0 \cos(\omega t)$.

- Montrez que la masse est soumise à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dz}{dt} + \omega_0^2\, z(t) = \frac{F_0}{m}\cos(\omega t) \qquad \text{avec :} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha} \qquad z(t) = \ell(t) - \ell_{eq}$$

En régime sinusoïdal forcé, il vient que :

$$z(t) = \left|\underline{Z_m}\right| \cdot \cos\left(\omega t + \arg\left(\underline{Z_m}\right)\right) \qquad \text{avec :} \qquad \left|\underline{Z_m}\right|(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\omega\,\frac{\omega_0}{Q}\right)^2}}$$

Il s'agit d'un filtre passe-bas d'ordre 2 (le même que celui vu au chapitre E5).

- Montrez que si $Q \gg 1/\sqrt{2}$, cette fonction possède un maximum (une résonance) pour $\omega_{res} = \omega_0$.

Dans la suite, nous allons étudier $\left|\underline{Z_m}\right|$ autour de cette pulsation de résonance.

II.2 - Étude de la résonance en amplitude

- Placer le système masse-ressort à la verticale, accroché sur un haut-parleur. Choisir une masse $m = 100$ g.
- Déplacer la masse de sa position d'équilibre et la lâcher sans vitesse initiale (le haut-parleur n'est pas alimenté). Mesurer environ 20 périodes à l'aide d'un chronomètre. En déduire une valeur approchée de la fréquence propre f_0 du système.
- Ajouter le disque en papier (servant à augmenter les frottements). Mesurer la position de la masse au repos. Brancher le haut-parleur aux GFB de puissance. Se placer à la fréquence de résonance $f_{res} = f_0$

On admet que le haut-parleur exerce une force $F_0 \cos(\omega t)$ où ω est la pulsation imposée par le générateur qui alimente le haut-parleur.

L'objectif est de tracer la courbe $A(f)$, où A désigne l'amplitude de l'oscillation à la fréquence f. Le facteur de qualité de ce système est si grand (même avec le disque en papier) que :

- le régime peut être très long à atteindre (plusieurs minutes) ;

- la résonance est extrêmement piquée, on va donc limiter l'étude de $A(f)$ à des fréquence très proches de f_{res}, typiquement entre $0{,}8 \cdot f_{res}$ et $1{,}2 \cdot f_{res}$.

Mesurer $A(f)$. Stocker la valeur dans Regressi. Recommencer pour différentes valeurs de f. Tracer sur Regressi la courbe $A(f)$.

À l'aide de la courbe de résonance, déterminer la fréquence de résonance. En déduire la valeur de k. Comparer qualitativement cette valeur avec celle obtenue à la partie I.

Déterminer les fréquences de coupure f_c ainsi que le rapport : $f_{res}/\Delta f_c$. Conclure.